

突起付きアルミニウム合金板の 断面積減少率と幅厚比の関係

ALST 研究レポート 16

2010年4月

大阪大学大学院工学研究科
大倉一郎，寺川勝大

概要

本研究では、長方形板の水平方向に等間隔に突起を配置することにより、所定の強度を維持して長方形板を薄肉化する方法を与えるために、曲げとせん断を受ける突起付き長方形板の断面積減少率と幅厚比の関係を与える。この関係をアルミニウム合金桁のウェブに適用し、フランジの断面積も含めた、桁断面の全断面積を減らすことができることを示す。

目次

第 1 章 序論	…1
第 2 章 断面積減少率と幅厚比の関係	…3
2.1 純曲げ座屈強度	…3
2.2 断面積減少率	…6
2.3 幅厚比の適用範囲	…7
2.4 突起に対する幅厚比制限	…8
2.5 計算例	…9
第 3 章 純せん断座屈断面強度と幅厚比の関係	…11
3.1 純せん断座屈強度	…11
3.2 幅厚比の適用範囲	…13
3.3 曲げとせん断を受ける突起付き長方形板	…14
3.4 計算例	…16
第 4 章 突起付き長方形板の桁ウェブへの適用	…17
第 5 章 結論	…20
参考文献	…21

第1章 序論

これまでアルミニウム合金は初期コストが高くなるので、橋の高欄や道路のガードレールなど付属品的な用途以外に社会基盤構造物の主要部材として用いられることはほとんどなかった。しかし初期コストだけでなく、耐用年数を考慮に入れたライフサイクルコストを重視する近年の傾向から、軽量で耐食性に優れるアルミニウム合金を社会基盤構造物に積極的に活かそうという動きが出てきた。これに伴って、最近ではアルミニウム歩道橋や歩道用アルミニウム床版が建設されるようになってきた¹⁾。さらに、道路橋にもアルミニウム合金の適用を目指して、道路橋用アルミニウム床版の開発が進められている^{2)~5)}。

道路橋用アルミニウム床版は、アルミニウム合金 A6061-T6 の中空押出型材を摩擦攪拌接合で突合せ接合することによって製作される²⁾。摩擦攪拌接合とは 1991 年に英国の溶接研究所で開発された固相接合法の一種で、現在、ロケット、航空機、自動車、鉄道車両の製造に使用されている⁶⁾。図 1.1 に示すように、互いに突合せられた一対のアルミニウム合金板の突合せ面に鋼製の回転工具を挿入し、この回転が起こす摩擦熱によってアルミニウム合金を塑性流動させ、回転工具を突合せ面に沿って移動させることによってアルミニウム合金板が接合される。摩擦攪拌接合による接合部の疲労強度は、アルミニウム合金構造物の接合に通常使用される MIG 溶接による接合部の疲労強度より格段に高い⁷⁾。

この様に道路橋用アルミニウム床版の開発が盛んである一方、道路橋用アルミニウム桁の開発は遅れている。現在建設されているアルミニウム歩道橋の桁は、設計条件は道路橋示方書⁸⁾と立体横断施設技術基準⁹⁾に従い、アルミニウム合金の許容応力と製作はアルミニウム合金土木構造物設計・製作指針案¹⁰⁾に従っている。そして、アルミニウム合金桁の製作は、図 1.2 に示すように、鋼桁の製作方法と同じで、アルミニウム合金 A5083-O の圧延板のウェブとフランジが MIG 溶接で連結され、さらに垂直補剛材と水平補剛材がウェブに MIG 溶接で連結される。

アルミニウム合金 A5083-O の 0.2%耐力は 125MPa であり、アルミニウム合金 A6061-T6 の 0.2%耐力 245MPa の約半分である。一般に道路橋は歩道橋より規模が大きく、さらに道路橋の活荷重は歩道橋のそれより格段に大きくなるので、0.2%耐力の低い A5083-O で道路橋を設計することは困難である。

したがって道路橋のアルミニウム合金桁の設計には、0.2%耐力の高い A6061-T6 などの 6000 系アルミニウム合金の使用が必須である。しかし、6000 系アルミニウム合金は熱処理によって 0.2%耐力が高められているので、MIG 溶接を施すと、その熱影響範囲の 0.2%耐力が母材のその約半分まで低下する^{6),10)}。したがって、6000 系アルミニウム合金で、図 1.2 に示すような桁を製作した場合、垂直補剛材が存在する位置で MIG 溶接がウェブを横断するので、この横断位置全長に渡って桁の強度が低下する。

そこで、6000 系アルミニウム合金の特徴を活かす新しい桁構造が必要とされ、図 1.3 に示すような、T 型断面の押出型材を摩擦攪拌接合によって突合せ接合し、ウェブに等間隔に

突起を配置した新しいアルミニウム合金桁が提案された¹¹⁾。この桁構造には垂直補剛材がなく、ウェブを横断する接合がないので、桁の一断面で強度低下が生じることがないので、6000系アルミニウム合金の使用が可能となる。しかし、この桁構造のウェブ断面の形状を決定する方法はまだ確立されていない。

ウェブ断面の形状としては、ウェブが所定の強度を保持した上でその断面積が最小になるような形状が最も合理的である。そこで、既往の研究¹²⁾では、純曲げを受ける場合に対して、突起付き長方形板の断面積減少率と幅厚比の関係が明らかにされた。さらに接合位置を考慮したアルミニウム合金板の曲げ耐荷力が明らかにされた¹³⁾。

本研究は、既往の研究で与えられた断面積減少率と幅厚比の関係を、曲げとせん断の組合せ荷重を受ける場合にも適用できるように拡張することを研究目的とする。そして得られた断面積減少率と幅厚比の関係をアルミニウム合金桁のウェブに適用し、フランジの断面積も含めた、桁断面の全面積を減らすことができることを示す。

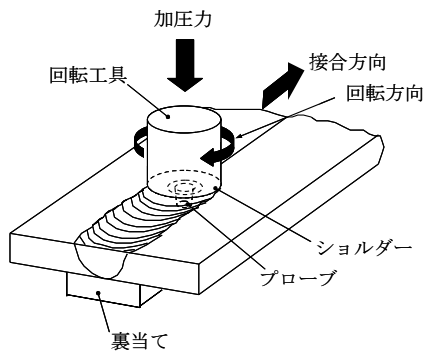


図 1.1 摩擦攪拌接合

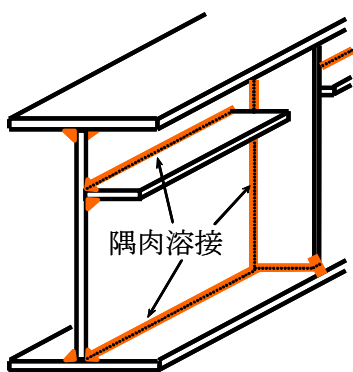


図1.2 従来のアルミニウム合金桁

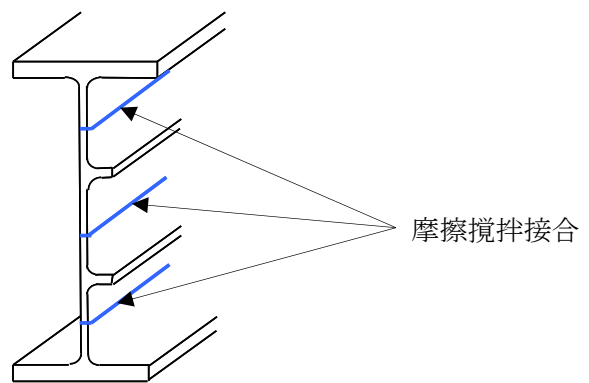


図 1.3 新しいアルミニウム合金桁

第 2 章 断面積減少率と幅厚比の関係

2.1 純曲げ座屈強度

図 2.1 に示す，純曲げを受ける 4 辺単純支持された突起無し長方形板の座屈強度は次式で与えられる．

$$\sigma_{cr} = k_{M0} \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2) \beta_0^2} \quad (2.1)$$

$$\beta_0 = \frac{b}{T} \quad (2.2)$$

ここに， σ_{cr} : 純曲げを受ける突起無し長方形板の座屈強度
 k_{M0} : 純曲げを受ける突起無し長方形板の座屈係数で，23.9
 E : 長方形板のヤング率
 μ : 長方形板のポアソン比
 β_0 : 突起無し長方形板の幅厚比
 b : 突起無し長方形板の板幅
 T : 突起無し長方形板の板厚

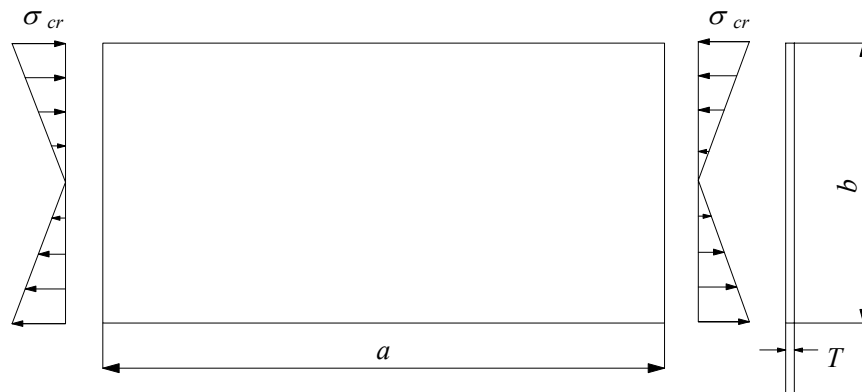


図 2.1 純曲げを受ける，4 辺単純支持された長方形板

図 2.2 に示すような，等間隔に突起が設けられた長方形板が 4 辺単純支持され，純曲げを受けるとき，その座屈強度は次式で与えられる¹²⁾．

$$\sigma_{cr} = k_M \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2) \beta^2} \quad (2.3)$$

$$\beta = \frac{b}{t} \quad (2.4)$$

ここに、 σ_{cr} : 純曲げを受ける突起付き長方形板の座屈強度
 k_M : 純曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数
 β : 突起付き長方形板の幅厚比
 b : 突起付き長方形板の板幅
 t : 突起付き長方形板の板厚

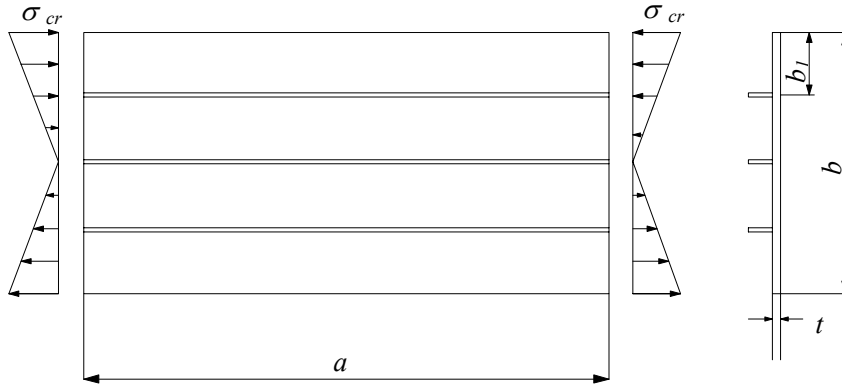


図 2.2 純曲げを受ける突起付き長方形板

座屈係数 k_M は次式で与えられる¹²⁾.

$$k_M = 10.62 \frac{1 + 1.25\sqrt{1 + s\gamma}}{1 + s\delta} \quad (2.5)$$

ここに、 s : 突起によって区切られた板要素の総数
 γ : 長方形板の曲げ剛性に対する一つの突起の曲げ剛性の比
 δ : 長方形板の断面積に対する一つの突起の断面積の比

式(2.5)は s が 3 以上 (突起が 2 つ以上) で成立する.

γ と δ はそれぞれ次式で与えられる.

$$\gamma = \frac{EI_r}{Db} \quad (2.6)$$

$$\delta = \frac{A_r}{bt} \quad (2.7)$$

ここに、 I_r : 一つの突起の断面二次モーメント

A_r : 一つの突起の断面積

D : 突起付き長方形板の板曲げ剛性

D は次式で与えられる.

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \mu^2)} \quad (2.8)$$

表 2.1 を参照して、 I_r と A_r はそれぞれ次式で与えられる.

$$I_r = \frac{t_2 b_4^3}{c_{31}} \quad (2.9)$$

$$A_r = c_{32} t_2 b_4 \quad (2.10)$$

ここに、 t_2 : 突起の付根の厚さ

b_4 : 長方形板の片面に突起がある場合 b_2 , 長方形板の両面に突起がある場合 b_3

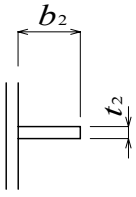
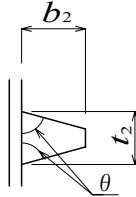
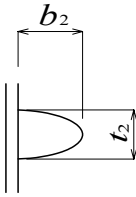
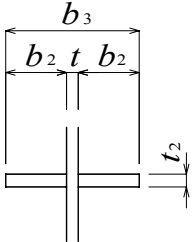
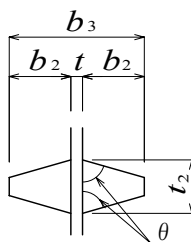
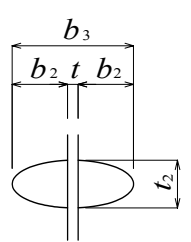
b_2 : 突起の高さ

b_3 : 長方形板の両面に突起がある場合, 両面の突起の先端間の寸法

c_{31} : 突起の断面二次モーメントに関する係数

c_{32} : 突起の断面積に関する係数

表 2.1 突起

突起の断面形状	矩形	台形	楕円
片面			
	$c_{31} = 3$ $c_{32} = 1$	$c_{31} = \frac{6}{2 - \frac{3b_2}{t_2 \tan \theta}}$ $c_{32} = 1 - \frac{b_2}{t_2 \tan \theta}$	$c_{31} = \frac{16}{\pi}$ $c_{32} = \frac{\pi}{4}$
両面			
	$c_{31} = 12$ $c_{32} = 1$	$c_{31} = \frac{24}{2 - \frac{3b_3}{2t_2 \tan \theta}}$ $c_{32} = 1 - \frac{b_3}{2t_2 \tan \theta}$	$c_{31} = \frac{64}{\pi}$ $c_{32} = \frac{\pi}{4}$
突起の平均厚さ	$t_{22} = t_2$	$t_{22} = t_2 - \frac{b_2}{\tan \theta}$	$t_{22} = \frac{\pi}{4} t_2$

式(2.8)と(2.9)を式(2.6)に代入して γ は次式になる。

$$\gamma = \frac{12(1 - \mu^2)\beta_r^3 \xi^4}{c_{31}\beta} \quad (2.11)$$

$$\beta_r = \frac{b_4}{t_2} \quad (2.12)$$

$$\xi = \frac{t_2}{t} \quad (2.13)$$

ここに, β_r : b_4 に関する突起の幅厚比

ξ : 突起付き長方形板の板厚に対する突起の付根の厚さの比

式(2.10)を式(2.7)に代入して δ は次式になる.

$$\delta = \frac{c_{32}\beta_r\xi^2}{\beta} \quad (2.14)$$

式(2.11)と(2.14)を式(2.5)に代入して, 純曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数 k_M は次式になる.

$$k_M = 10.62 \frac{1 + 1.25 \sqrt{1 + \frac{12(1-\mu^2)s\beta_r^3\xi^4}{c_{31}\beta}}}{1 + \frac{c_{32}s\beta_r\xi^2}{\beta}} \quad (2.15)$$

2.2 断面積減少率

突起付き長方形板を桁ウェブに適用した場合, 減少したウェブ断面積が荷っていた曲げモーメントは上下フランジを大きくすることによって補うことができる. しかし, このとき, 突起付き長方形板は座屈を起こしてはならない. すなわち, 突起付き長方形板は所定の座屈強度を維持することが求められる.

そこで, 純曲げを受ける突起無し長方形板の座屈強度を維持する, 突起付き長方形板の断面形状を求めるために, 突起無し長方形板の座屈強度を与える式(2.1)と突起付き長方形板の座屈強度を与える式(2.3)を等値して次式を得る.

$$\frac{k_M}{k_{M0}} = \left(\frac{\beta}{\beta_0} \right)^2 \quad (2.16)$$

式(2.15)を式(2.16)に代入し, $k_{M0} = 23.9$ を用いて次式を得る.

$$\frac{1 + 1.25 \sqrt{1 + \frac{12(1-\mu^2)s\beta_r^3\xi^4}{c_{31}\beta}}}{2.25 \left(1 + \frac{c_{32}s\beta_r\xi^2}{\beta} \right)} = \left(\frac{\beta}{\beta_0} \right)^2 \quad (2.17)$$

この式を ξ について整理して次式を得る.

$$(H_1 - H_2^2)\xi^4 - 2H_2H_3\xi^2 - H_3^2 + 1 = 0 \quad (2.18)$$

$$\text{ここに, } H_1 = \frac{12(1-\mu^2)s\beta_r^3}{c_{31}\beta} \quad (2.19)$$

$$H_2 = 1.8 \frac{c_{32}s\beta\beta_r}{\beta_0^2} \quad (2.20)$$

$$H_3 = 1.8 \left(\frac{\beta}{\beta_0} \right)^2 - 0.8 \quad (2.21)$$

式(2.18)を解いて次式を得る.

$$\xi = \sqrt{\frac{H_2H_3 + \sqrt{H_1(H_3^2 - 1) + H_2^2}}{H_1 - H_2^2}} \quad (2.22)$$

突起無し長方形板の断面積 A_0 および突起付き長方形板の, 突起の断面積も含めた総断面積 A がそれぞれ次式で与えられる.

$$A_0 = b_0T \quad (2.23)$$

$$A = bt + (s-1)A_r = bt + (s-1)c_{32}b_4t_2 \quad (2.24)$$

突起無し長方形板の断面積 A_0 に対する突起付き長方形板の断面積 A の比, すなわち断面積減少率 η が次式で与えられる.

$$\eta = \frac{A}{A_0} = \frac{\beta_0}{\beta} \left\{ 1 + \frac{(s-1)c_{32}\beta_r\xi^2}{\beta} \right\} \quad (2.25)$$

突起無し長方形板の幅厚比 β_0 , 突起の幅厚比 β_r および突起によって区切られた板要素の総数 s を既知量として, 突起付き長方形板の板厚比 ξ と幅厚比 β の関係が式(2.22)で与えられる. この関係を式(2.25)に代入して, 断面積減少率 η と幅厚比 β の関係が与えられる.

2.3 幅厚比の適用範囲

式(2.3)は, 突起と長方形板が一体となって座屈する場合, すなわち突起付き長方形板が全体座屈を起こす場合の座屈強度である. この座屈強度は, 突起で区切られた板要素が座屈する場合, すなわち突起で区切られた板要素が局部座屈を起こす場合に対する座屈強度を越すことはない. したがって純曲げを受ける突起付き長方形板の座屈係数 k_M は次の制限を受ける.

$$k_M \leq k_{Ml} \quad (2.26)$$

k_{Ml} は, 圧縮と曲げを受ける, 突起で区切られた板要素の座屈係数を, 突起付き長方形板全体の座屈係数として表したものであり, 次式で与えられる¹²⁾.

$$k_{Ml} = \frac{8.4s^3}{2.1s - 2} \quad (2.27)$$

式(2.16)と(2.27)を式(2.26)に代入して次式を得る.

$$\beta \leq \beta_{MI} \quad (2.28)$$

$$\beta_{MI} = s \sqrt{\frac{8.4s}{k_{M0}(2.1s-2)}} \beta_0 \quad (2.29)$$

ここに, β_{MI} : 突起付き長方形板の幅厚比の上限値

突起付き長方形板の幅厚比 β は突起無し長方形板の幅厚比 β_0 以上であるので, β が取り得る値の範囲は次の通りである.

$$\beta_0 \leq \beta \leq \beta_{MI} \quad (2.30)$$

2.4 突起に対する幅厚比制限

突起は, 突起付き長方形板の座屈強度未満で座屈を起こしてはならない. したがって突起を, 圧縮を受ける自由突出板と見なせば, 突起は次式を満たさなければならない.

$$\sigma_r \leq \frac{0.425\pi^2 E}{12(1-\mu^2)\beta_2^2} \quad (2.31)$$

$$\beta_2 = \frac{b_2}{t_{22}} \quad (2.32)$$

ここに, σ_r : 突起に作用する応力

β_2 : 長方形板の片側にある突起の幅厚比

b_2 : 突起の高さ (表 2.1 参照)

t_{22} : 突起の平均厚さ (表 2.1 参照)

式(2.31)の右辺は, 圧縮を受ける自由突出板の座屈強度である.

突起付き長方形板が座屈するとき, 純曲げを受ける圧縮縁に最も近い突起に作用する応力は次式で与えられる.

$$\sigma_r = \left(1 - \frac{2}{s}\right) \sigma_{cr} \quad (2.33)$$

式(2.33)を式(2.31)に代入して, 突起の幅厚比 β_2 に対する制限として次式を得る.

$$\beta_2 \leq \pi \sqrt{\frac{0.425Es}{12(1-\mu^2)(s-2)\sigma_{cr}}} \quad (2.34)$$

$s/(s-2)$ は 1 以上であり, 突起付き長方形板の座屈強度 σ_{cr} はアルミニウム合金の 0.2% 耐力 $\sigma_{0.2}$ を超えることはないので, 式(2.34)において, $s/(s-2)=1$, $\sigma_{cr}=\sigma_{0.2}$ と置いて, 突起の幅厚比 β_2 に対する制限を, 式(2.34)よりさらに低めに抑えた制限が次式で与えられる.

$$\beta_2 \leq \pi \sqrt{\frac{0.425E}{12(1-\mu^2)\sigma_{0.2}}} \quad (2.35)$$

2.5 計算例

突起無し長方形板の幅厚比 β_0 は式(2.1)より次式で与えられる.

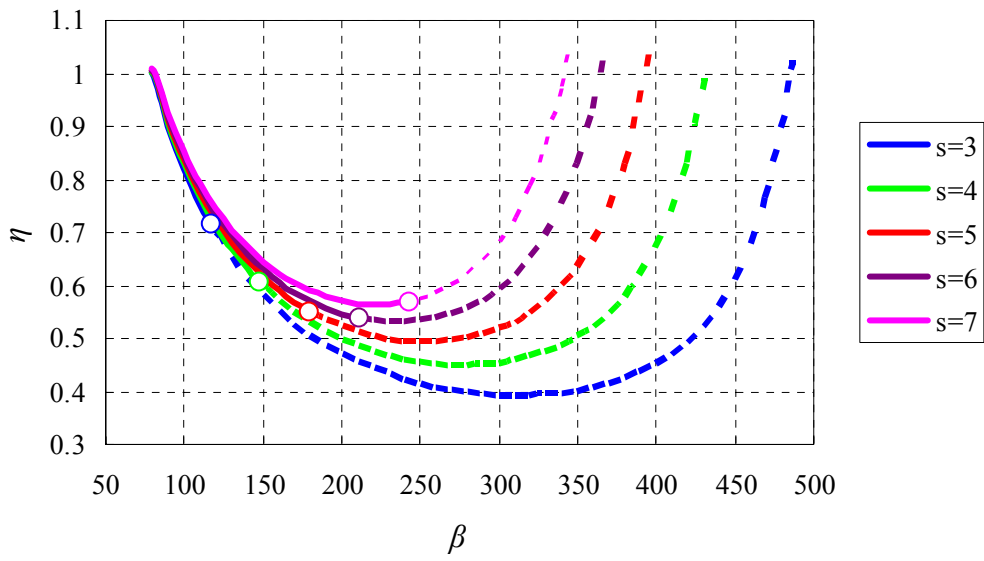
$$\beta_0 = \pi \sqrt{\frac{k_{M0}E}{12(1-\mu^2)\sigma_{cr}}} \quad (2.36)$$

アルミニウム合金 A6061-T6 に対して, JIS H4100¹⁴⁾で規定される 0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ は 245MPa である. 式(2.36)の座屈強度 σ_{cr} にこれを用い, ヤング率 E とポアソン比 μ をそれぞれ 70GPa, 0.3 とすると, 突起無し長方形板の幅厚比 β_0 は 79 になる.

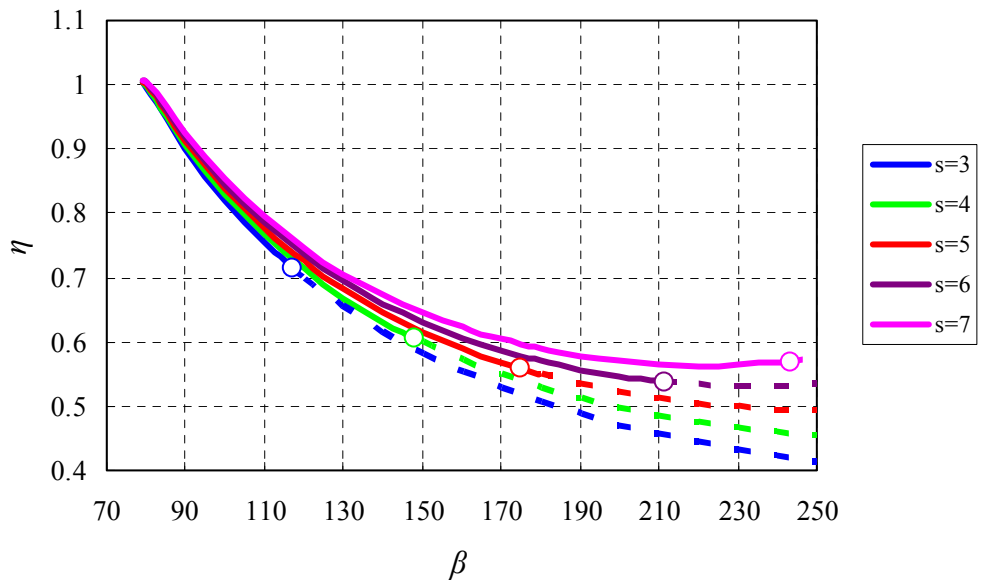
式(2.35)の E , μ , $\sigma_{0.2}$ に前述の値を与えて, $\beta_2 \leq 10.5$ を得る. 矩形断面の突起を長方形板の片側に設ける場合, $b_4 = b_2$, $t_{22} = t_2$ であるので, $\beta_r = \beta_2$ となり, 突起の幅厚比 β_r に対して 10 を与える. さらに表 2.1 より $c_{31} = 3$, $c_{32} = 1$ である.

以上の既知量に対して式(2.25)が与える η と β の関係を図 2.3 に示す. 図 2.3(a) に示すように, η は, β が β_0 より大きくなるに従って 1 より小さくなり, 最小値に達した後増加し, 1 を越える. すなわち, 突起無し長方形板の純曲げ座屈強度を維持する, 突起付き長方形板の突起を含めた断面積が, 突起無し長方形板の断面積より小さくなる幅厚比が存在する.

図 2.3(a) と (b) の白丸は, 式(2.29)が与える突起付き長方形板の幅厚比の上限値 β_{Ml} を示し, $s = 3, 4, 5, 6, 7$ に対して, それぞれ 117, 148, 179, 211, 243 である. 各白丸の右側の破線は適用範囲外である.



(a) 全体図



(b) 拡大図

図 2.3 η と β の関係

第 3 章 純せん断座屈断面強度と幅厚比の関係

3.1 純せん断座屈強度

図 3.1 に示すように、4 辺単純支持された $a \times b$ の突起付き長方形板がせん断応力 τ を受けている。突起の間隔は b_1 である。

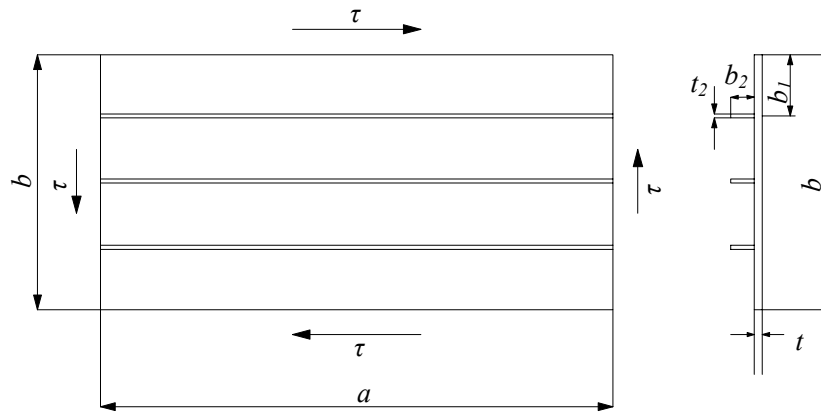


図 3.1 純せん断を受ける突起付き長方形板

純せん断を受ける、長い長方形板の座屈形状として次式を仮定する¹⁵⁾。

$$w = A_m \sin \frac{m\pi(x-\theta y)}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (3.1)$$

ここに、 w : 座屈形状

A_m : 係数

θ : せん断座屈した面外変形の稜線の傾き

m : 正の整数

例として、 $\theta = 0.70$ に対して式(3.1)が与える座屈形状を図 3.2 に示す。

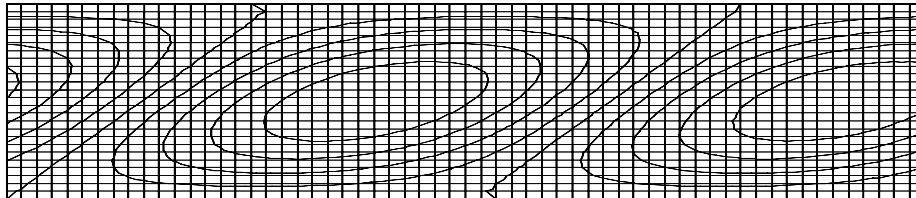


図 3.2 式(3.1)が与える座屈形状の例

純せん断を受ける突起付き長方形板の座屈係数の近似解をエネルギー法によって求める。

座屈変形による長方形板のひずみエネルギー U_p が次式で与えられる。

$$U_p = \frac{D}{2} \int_0^b \int_0^a \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1-\mu) \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \right] dx dy \quad (3.2)$$

式(3.1)を式(3.2)に代入し、積分して次式を得る。

$$U_p = \frac{DA_m^2 \pi^4 ab}{8} \left\{ \frac{2m^2}{a^2 b^2} + \frac{1}{b^4} + \frac{6m^2 \theta^2}{a^2 b^2} + \frac{m^4}{a^4} (1 + \theta^2)^2 \right\} \quad (3.3)$$

$y = ib_1$ ($i=1,2, \dots, s-1$) に取り付けられた突起の曲げ変形によるひずみエネルギー U_l が次式で与えられる。

$$U_l = \frac{EI}{2} \sum_{i=1}^{s-1} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{y=ib_1}^2 dx \quad (3.4)$$

式(3.1)を式(3.4)に代入し、積分して次式を得る。

$$U_l = \frac{EIA_m^2 m^4 \pi^4 s}{8a^3} \quad (3.5)$$

長方形板に作用するせん断応力 τ によって座屈中になされる仕事 T_p が次式で与えられる。

$$T_p = \pi \int_0^b \int_0^a \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} dx dy \quad (3.6)$$

式(3.1)を式(3.6)に代入し、積分して次式を得る。

$$T_p = -\frac{\pi A_m^2 m^2 \theta \pi^2 b}{4a} \quad (3.7)$$

座屈による全ポテンシャルエネルギー Π は 0 であるので、

$$\Pi = U_p + U_l - T_p = 0 \quad (3.8)$$

式(3.3), (3.5), (3.7)を式(3.8)に代入し、 τ を τ_{cr} で表して次式を得る。

$$\tau_{cr} = k_s \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)\beta^2} \quad (3.9)$$

ここに、 τ_{cr} : 突起付き長方形板の純せん断座屈強度

$$k_s = 3\theta + \frac{1}{\theta} + \frac{a^2}{2m^2 b^2 \theta} + \frac{m^2 b^2}{2a^2 \theta} \left\{ (1 + \theta^2)^2 + \gamma s \right\} \quad (3.10)$$

k_s は、突起が設けられた長い長方形板の純せん断座屈係数である。実際は、式(3.9)の k_s の前にマイナス記号が生じるが、これを省略しても問題がないので、式(3.9)では k_s の前のマイナス記号を省略している。

a に関する k_s の最小値が、 $\partial k_s / \partial a = 0$ の条件より次式で与えられる。

$$\frac{a}{mb} = \left\{ (1 + \theta^2)^2 + \gamma s \right\}^{0.25} \quad (3.11)$$

式(3.11)を式(3.10)に代入して、 k_s の最小値が次式で与えられる。

$$k_s = 3\theta + \frac{1}{\theta} + \frac{\left\{ (1 + \theta^2)^2 + \gamma s \right\}^{0.5}}{\theta} \quad (3.12)$$

さらに、 θ に関する k_s の最小値が、 $\partial k_s / \partial \theta = 0$ の条件より次式で与えられる。

$$8\theta^8 + 12\theta^6 + 11\gamma s\theta^4 - 2(2 + 3\gamma s)\theta^2 - \gamma s(1 + \gamma s) = 0 \quad (3.13)$$

式(3.12)と(3.13)が与える k_s と γs の関係を図 3.3 に示す。同図には、次式で与えられる近似曲線も描いてある。

$$k_s = 4.00 \left\{ 1 + 0.79(1.59 + \gamma s)^{0.5} \right\}^{0.5} \quad (3.14)$$

γs が 200 以下の場合、式(3.14)は式(3.12)を相対誤差 0.5% で近似する。

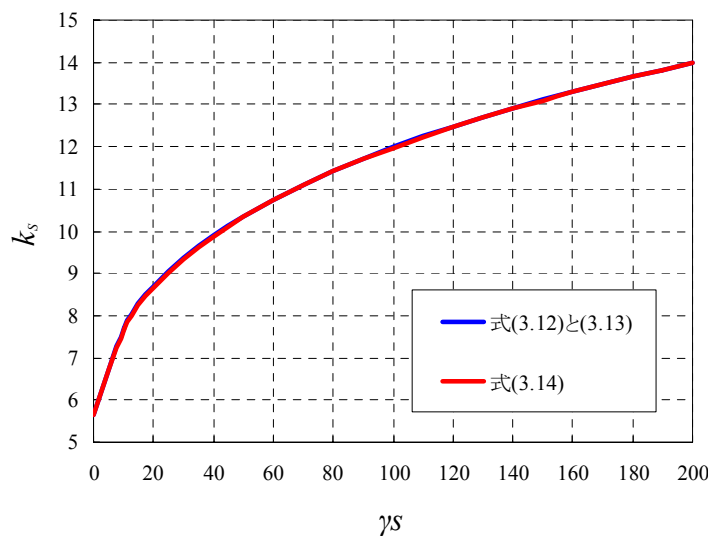


図 3.3 k_s と γs の関係

突起が設けられていないとき、すなわち $\gamma s = 0$ のとき、 k_s は 5.34 にならなければならないので¹⁵⁾、式(3.14)の係数 4.00 を 3.78 に調整して次式を得る。

$$k_s = 3.78 \left\{ 1 + 0.79(1.59 + \gamma s)^{0.5} \right\}^{0.5} \quad (3.15)$$

突起付き長方形板の純せん断座屈強度は、式(3.15)を式(3.9)に代入して次式で与えられる。

$$\tau_{cr} = 3.78 \left\{ 1 + 0.79(1.59 + \gamma s)^{0.5} \right\}^{0.5} \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)\beta^2} \quad (3.16)$$

3.2 幅厚比の適用範囲

桁に生じるせん断力はウェブによって荷われる。したがって桁ウェブに突起付き長方形板を適用した場合、突起付き長方形板は所定の純せん断座屈断面強度 Q_{cr} を保持することが求められる。

突起付き長方形板の純せん断座屈強度 τ_{cr} は、純せん断座屈断面強度 Q_{cr} と次の関係を有する。

$$\tau_{cr} = \frac{Q_{cr}}{bt} = Q_{cr} \frac{\beta}{b^2} \quad (3.17)$$

τ_{cr} は 0.2%せん断耐力 $\tau_{0.2}$ を越さないので $\tau_{cr} \leq \tau_{0.2}$ である。この式に式(3.17)を代入して次式を得る。

$$\beta \leq \beta_{S0.2} \quad (3.18)$$

$$\text{ここに, } \beta_{S0.2} = \frac{\sigma_{0.2} b^2}{\sqrt{3} Q_{cr}} \quad (3.19)$$

式(3.19)を誘導する際に、次式で与えられる von Mises の降伏条件を使用している。

$$\tau_{0.2} = \frac{\sigma_{0.2}}{\sqrt{3}} \quad (3.20)$$

他方、式(3.16)の純せん断座屈強度は、突起と長方形板が一体となって座屈する場合、すなわち突起付き長方形板が全体座屈を起こす場合に対する座屈強度である。この純せん断座屈強度は、突起で区切られた板要素が座屈する場合、すなわち突起で区切られた板要素が局部座屈を起こす強度を越すことはない。

図 3.1 の突起で区切られた $a \times b_1$ の板要素のせん断座屈係数は、細長いので 5.34 である¹⁵⁾。この板要素が単純支持されていると仮定すると、その座屈強度 τ_{lcr} は次式で与えられる。

$$\tau_{lcr} = 5.34 \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \frac{1}{\left(\frac{b_1}{t}\right)^2} = 5.34 \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \frac{1}{\left(\frac{b}{st}\right)^2} = 5.34 s^2 \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2) \beta^2} \quad (3.21)$$

τ_{cr} は τ_{lcr} を越すことはないので $\tau_{cr} \leq \tau_{lcr}$ である。この式に式(3.17)と(3.21)を代入して次式を得る。

$$\beta \leq \beta_{Sl} \quad (3.22)$$

$$\text{ここに, } \beta_{Sl} = \left\{ \frac{5.34 \pi^2 E s^2 b^2}{12(1-\mu^2) Q_{cr}} \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (3.23)$$

3.3 曲げとせん断を受ける突起付き長方形板

図 3.4 に示す、曲げとせん断を受ける、4 辺単純支持された突起付き長方形板の座屈条件は次式で与えられる¹⁶⁾。

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}} \right)^2 \leq 1 \quad (3.24)$$

ここに、 σ : 曲げ荷重によって、突起付き長方形板の上縁に生じる圧縮応力

τ : せん断力によって、突起付き長方形板の各辺に生じるせん断応力

σ_{cr} : 純曲げ座屈強度

τ_{cr} : 純せん断座屈強度

τ/τ_{cr} はせん断力 Q および純せん断座屈断面強度 Q_{cr} と次の関係を有する.

$$\frac{\tau}{\tau_{cr}} = \frac{Q}{Q_{cr}} \quad (3.25)$$

式(3.25)を式(3.24)に代入して次式を得る.

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{Q}{Q_{cr}}\right)^2 \leq 1 \quad (3.26)$$

さらに, Q_{cr} について解いて次式を得る.

$$Q_{cr} \geq \frac{Q}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}\right)^2}} \quad (3.27)$$

この式の σ と Q に所定の値を代入して, Q_{cr} の下限値が決まる.

他方, 突起付き長方形板の純せん断座屈断面強度 Q_{cr} は, 式(3.16)を式(3.17)に代入して次式で与えられる.

$$Q_{cr} = 3.78 \left\{ 1 + 0.79(1.59 + \gamma s)^{0.5} \right\}^{0.5} \frac{\pi^2 E b^2}{12(1 - \mu^2) \beta^3} \quad (3.28)$$

さらに式(2.11)を式(3.28)に代入して次式を得る.

$$Q_{cr} = 3.78 \left[1 + 0.79 \left\{ 1.59 + \frac{12(1 - \mu^2) \beta_r^3 \xi^4}{c_{31} \beta} s \right\}^{0.5} \right]^{0.5} \frac{\pi^2 E b^2}{12(1 - \mu^2) \beta^3} \quad (3.29)$$

式(2.22)を式(3.29)の ξ に用いることにより, 所定の大きさの純曲げ座屈強度 σ_{cr} を維持する突起付き長方形板の断面形状が有する純せん断座屈断面強度 Q_{cr} が与えられる. 式(3.29)から分るように, Q_{cr} の値は, 突起付き長方形板の板幅 b を既知量として与えることによって決まる.

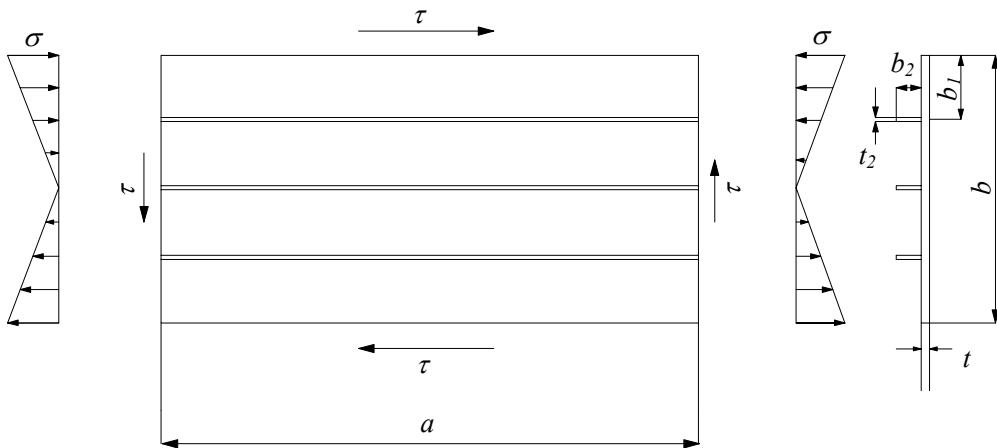


図 3.4 曲げとせん断を受ける, 4 辺単純支持された突起付き長方形板

3.4 計算例

2.5 節の計算例において、突起付き長方形板の板幅 b が 1000mm の場合に対する、純せん断座屈断面強度 Q_{cr} と幅厚比 β の関係を図 3.5 に示す。ここで表 2.1 より式(3.29)の c_{31} を 3 としている。図中の白丸は、式(2.29)で与えられる、純曲げを受ける突起付き長方形板が全体座屈を起こす幅厚比の上限値 β_{Ml} である。突起で区切られた板要素数 s の各値に対して、 Q_{cr} と β の関係はほぼ重なっている。

今、曲げとせん断の組合せ荷重の例として $\sigma = 120 \text{ MPa}$, $Q = 150 \text{ kN}$ を考える。これらの値および $\sigma_{cr} = 245 \text{ MPa}$ を式(3.27)に代入して、 $Q_{cr} \geq 172 \text{ kN}$ を得る。図 3.5 において、 $Q_{cr} = 172 \text{ kN}$ に対する β の値は 157 である。すなわち、 $\beta \leq 157$ で $Q_{cr} \geq 172 \text{ kN}$ が満足される。ここで、 $\beta = 157$ に対する ξ の値は $s=5, 6, 7$ に対して、それぞれ 0.86, 0.83, 0.81 である。 $s=3$ と 4 に対する Q_{cr} と β の関係は $\beta = 157$ に達しないので、 ξ の値がない。

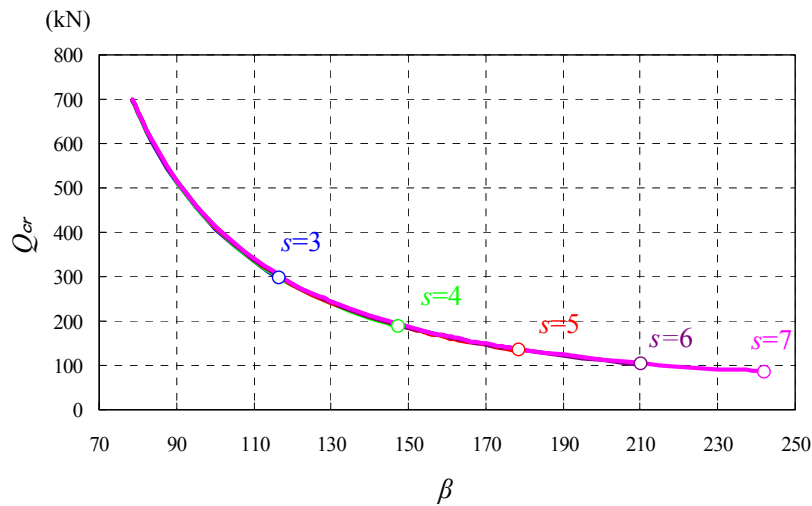


図 3.5 Q_{cr} と β の関係

図 2.3(b)において、曲げとせん断の組合せ荷重 $\sigma = 120 \text{ MPa}$, $Q = 150 \text{ kN}$ を満足する β の範囲は 157 以下である。この範囲において、 $s=5$, $\beta = 157$, $\xi = 0.86$ に対して η は最小値 0.6 をとる。

他方、 $Q_{cr} = 172 \text{ kN}$ に対して、式(3.19)は $\beta_{s0.2} = 822$, 式(3.23)は $\beta_{sl} = 366$ を与え、 $\beta = 157$ はこれらの値より小さい。

以上より、板幅が 1000mm の長方形板が、曲げとせん断の組合せ荷重 $\sigma = 120 \text{ MPa}$, $Q = 150 \text{ kN}$ を受ける場合、 $55.0 \times 5.5 \text{ mm}$ の矩形断面の突起を 4 本、等間隔に長方形板 (板厚 6.4mm) の片面に設けることにより、その断面積は、突起が無い長方形板 (板厚 12.7mm) の断面積の 0.6 倍になる。

第4章 突起付きアルミニウム合金板の桁ウェブへの適用

図 4.1 に示すように、支間長 $L=15000\text{mm}$ で、支間中央に集中荷重 $P=300\text{kN}$ が作用しているアルミニウム合金桁のウェブに、3.4 節で与えられた突起付き長方形板を適用する。桁断面は上下対称とし、桁高 $H=1035\text{mm}$ 、ウェブ幅 $b=1000\text{mm}$ 、フランジ厚 $T_f=17.5\text{mm}$ である。支間中央の曲げモーメントとせん断力は次の通りである。

$$M = \frac{Pa}{4} = 1125 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad (4.1)$$

$$Q = \frac{P}{2} = 150 \text{ kN} \quad (4.2)$$

支間中央のフランジに生じる応力 σ は次式で与えられる。

$$\sigma = \frac{M}{I} y_e \quad (4.3)$$

ここに、 y_e : 桁の中立軸からフランジ最外縁までの距離

フランジに生じる応力 σ が 120MPa で、ウェブがせん断力 150kN を支持するように図 4.1 の桁の断面形状を決定する。

式(4.3)の σ に 120MPa を代入して、桁に必要な断面二次モーメントが次のように与えられる。

$$I = \frac{1125 \times 10^6}{4 \times 120} \times 517.5 = 4851562500 \text{ mm}^4 \quad (4.4)$$

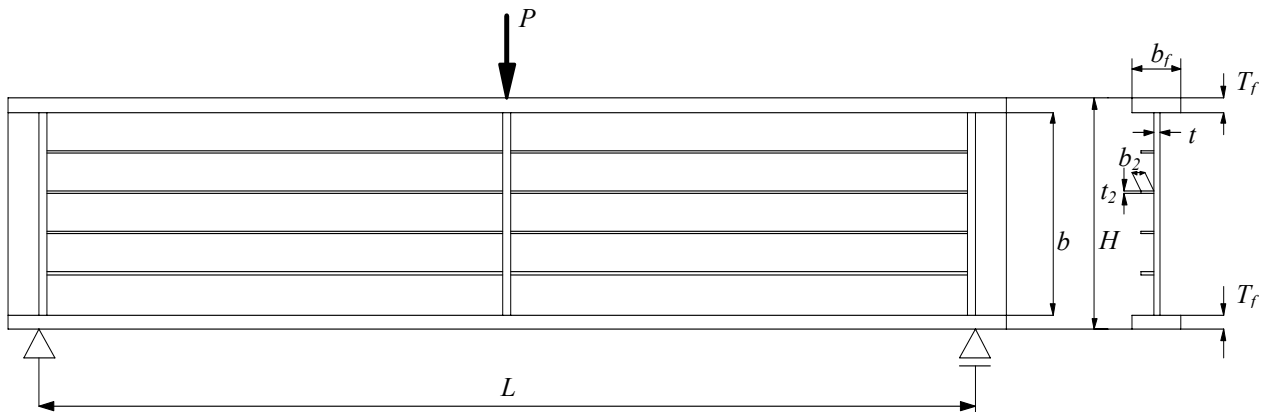


図 4.1 突起付きアルミニウム合金桁

突起無しアルミニウム合金桁の断面二次モーメントは次式で与えられる。

$$I = \frac{B_f H^3}{12} - \frac{(B_f - T) b^3}{12} = \frac{B_f \times 1035^3}{12} - \frac{(B_f - 12.7) \times 1000^3}{12} \quad (4.5)$$

したがって式(4.4)の断面二次モーメントを満たす突起無しアルミニウム合金桁のフランジ

幅 B_f は 418.7mm となる。

突起付きアルミニウム合金桁では，突起無しアルミニウム合金桁に比べてウェブの断面積が減少するので，断面二次モーメントも減少する．そこで，フランジ幅を大きくすることによって，突起付きアルミニウム合金桁の断面二次モーメントを突起無しアルミニウム合金桁のそれに等しくする．

突起付きアルミニウム合金桁の断面二次モーメントは次式で与えられる．

$$I = \frac{b_f H^3}{12} - \frac{(b_f - t)b^3}{12} + \frac{(s-1)b_2 t_2^3}{12} + \frac{(s-1)(s-2)b^2 b_2 t_2}{12s} \quad (4.6)$$

この式をフランジ幅 b_f について解いて次式を得る．

$$b_f = \frac{12I - (s-1)b_2 t_2^3 - \frac{(s-1)(s-2)b^2 b_2 t_2}{s} - tb^3}{H^3 - b^3} \quad (4.7)$$

したがって式(4.4)の断面二次モーメントを満たす突起付きアルミニウム合金桁のフランジ幅 b_f は 470.0mm となる．突起無しアルミニウム合金桁と突起付きアルミニウム合金桁の断面形状を図 4.2 に示す．

突起無しアルミニウム合金桁の断面積 A_0 に対する，突起付きアルミニウム合金桁の断面積 A の比 η_A が次式で与えられる．

$$\eta_A = \frac{A}{A_0} = \frac{bt + 2b_f T_f + (s-1)b_2 t_2}{bT + 2B_f T_f} = \frac{24060}{27355} = 0.88 \quad (4.8)$$

突起付き長方形板を桁のウェブに適用することにより，桁全体の断面積を 12%減らすことができる．

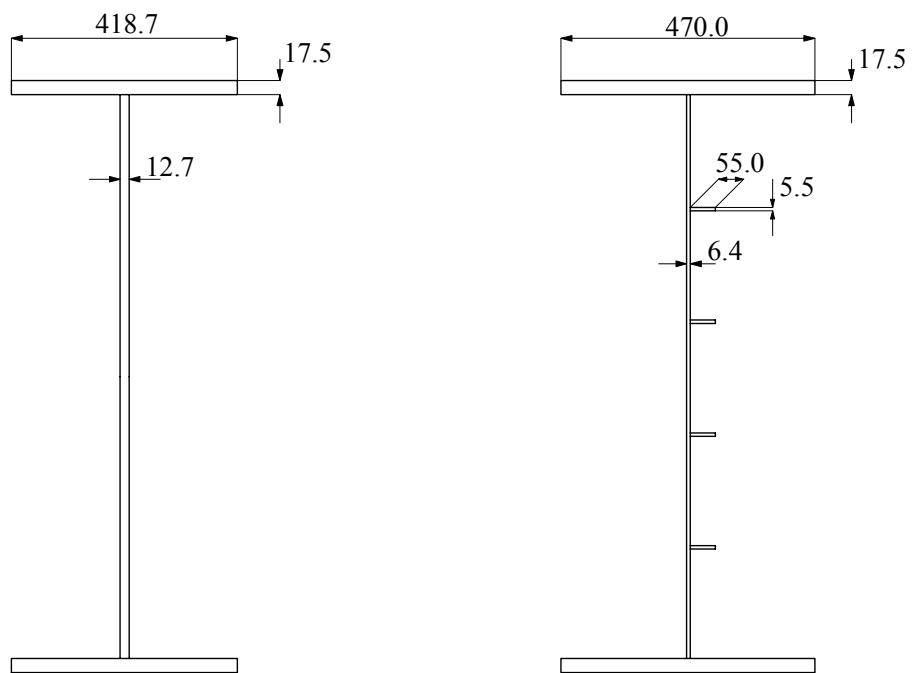


図 4.2 アルミニウム合金桁の断面形状

第5章 結論

本研究では，長方形板の水平方向に等間隔に突起を配置することにより，所定の強度を維持して長方形板を薄肉化する方法を与えた．本研究で得られた主な結論は次の通りである．

- (1) 純曲げを受ける突起無し長方形板の座屈強度を維持する，板厚比（突起付き長方形板の板厚に対する突起の付根の厚さの比）と幅厚比の関係を式(2.22)で与えた．
- (2) 純曲げを受ける突起無し長方形板の座屈強度を維持する断面積減少率（突起無し長方形板の断面積に対する突起付き長方形板の断面積の比）と幅厚比の関係を式(2.25)で与えた．
- (3) 所定の大きさの純曲げ座屈強度を維持する突起付き長方形板の断面形状が有する純せん断座屈断面強度と幅厚比の関係を式(3.29)で与えた．
- (4) 突起付き長方形板を桁ウェブに適用することにより，桁全体の断面積を減らすことができることを示した．

参考文献

- 1) アルミニウム橋研究会：アルミニウム構造物，<http://alst.jp/str.htm>
- 2) 大倉一郎，岡田理，萩澤亘保，大澤章吾：開閉断面のアルミニウム床版の開発，構造工学論文集，Vol. 51A, pp.1219-1227, 2005.
- 3) 大倉一郎，石川敏之，筒井将仁，大澤章吾：トラックタイヤの接地形状がアルミニウム床版の板曲げ応力に与える影響，土木学会論文集 A，Vol. 63, No. 4, pp.655-666, 2007.
- 4) 大倉一郎，長尾隆史，萩澤亘保：アルミニウム床版のトラックタイヤ載荷試験による疲労耐久性評価，構造工学論文集，Vol.56A, pp.1217-1226, 2010.
- 5) 大倉一郎，稲見豪：開閉断面アルミニウム床版と鋼桁との合成作用，ALST 研究レポート，No.13, 2010.
- 6) 大倉一郎，萩澤亘保，花崎昌幸：アルミニウム構造学入門，東洋書店，2006.
- 7) 萩澤亘保，大倉一郎：アルミニウム合金 A6005C-T5 の母材と摩擦攪拌接合部の疲労強度に応力比が与える影響，土木学会論文集 A，Vol. 65, No. 1, pp.117-122, 2009.
- 8) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 I 共通編 II 鋼橋編，2002.
- 9) 日本道路協会：立体横断施設技術基準・同解説，1979.
- 10) 日本アルミニウム協会(旧軽金属協会)：アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針案（第1次改訂試案），1998.
- 11) 大倉一郎，北村幸嗣，赤碕圭輔，卯瀧高久，ビッグ・ラズロ・ゲルグリ，三河克己：新しいアルミニウム合金製補剛桁の提案，構造工学論文集，Vol.51A, pp.203-210, 2005.
- 12) 大倉一郎，佐藤純：摩擦攪拌接合を考慮した突起付きアルミニウム合金板の提案，ALST 研レポート，No.11, 2009.
- 13) 小笠原康二，大倉一郎：接合位置を考慮したアルミニウム合金板の曲げ耐荷力，ALST 研究レポート，No.15, 2010.
- 14) JIS H4100：アルミニウム及びアルミニウム合金の押出型材，2006.
- 15) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M.: Theory of Elastic Stability, McGRAW-HILL Book Company, pp.382-383, 1963.
- 16) Theodore V. Galambos: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, Fifth Edition, John Wiley & Sons, Inc., New York, p.145, 1998.