

# アルミニウム合金押出型材の 有効座屈長係数

ALST 研究レポート 38

2014 年 12 月

大阪大学大学院工学研究科

山田了平，大倉一郎

## 概要

本研究では、ALST 研究レポート、No.37 で与えられた、圧縮を受けるアルミニウム合金押出型材の耐荷力曲線が、有効座屈長係数を用いることにより、両端単純支持と異なる境界条件に対しても適用できるか否かを、有限要素法による弾塑性有限変位解析によって調べる。

## 目次

第 1 章 序論	・・・ 1
第 2 章 耐荷力の計算	・・・ 2
2.1 解析対象	・・・ 2
2.2 有限要素法による弾塑性有限変位解析	・・・ 2
第 3 章 解析結果と耐荷力曲線の比較	・・・ 6
第 4 章 結論	・・・ 11
参考文献	・・・ 12
付録 A 数値データ	・・・ 13
A.1 図 3.3 (A6061-T6)	・・・ 13
A.2 図 3.4 (A5083-0)	・・・ 16

## 第1章 序論

アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針（案）<sup>1)</sup>（以後、AL 指針と呼ぶ）が土木学会で作成され、2 軸対称断面の押出型材の許容軸方向圧縮応力度に関する規定が定められた。この規定では、部材端の境界条件が両端単純支持と異なる場合に対しては有効座屈長を用いることとされ、有効座屈長を与える有効座屈長係数の参考値が同指針の解説で与えられている。この参考値は、両端単純支持と異なる境界条件に対するオイラーの座屈強度を、両端単純支持の境界条件に対する座屈強度と等しくすることによって与えられている。したがって、この参考値が耐荷力に対しても適用できるかどうかは不明である。本研究では、ALST 研究レポート、No.37<sup>2)</sup>で与えられた、圧縮を受けるアルミニウム合金押出型材の耐荷力曲線が、有効座屈長係数を用いることによって、両端単純支持と異なる境界条件に対しても適用できるか否かを、有限要素法による弾塑性有限変位解析によって調べる。両端単純支持と異なる境界条件として、両端固定支持、一端ヒンジ・他端固定支持、一端自由・他端固定支持を扱う。熱処理アルミニウム合金 A6061-T6 と非熱処理アルミニウム合金 A5083-O を考慮する。

## 第2章 耐荷力の計算

### 2.1 解析対象

図 2.1 に示すように、幅中央の位置(破線で表示)で鉛直方向の変位が拘束された平板部材が、圧縮を受けて水平方向に座屈する場合に対する耐荷力曲線によって、圧縮を受ける 2 軸対称の I 型断面および箱型断面の押出形材の耐荷力が評価できることが明らかにされた<sup>2)</sup>。したがって、解析対象は、図 2.1 に示す、圧縮を受ける平板部材とする。

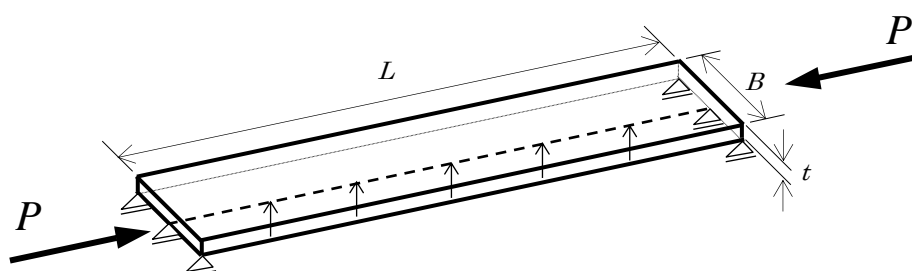


図 2.1 圧縮を受ける平板部材

平板部材の板厚  $t$  は、平板部材が面外方向に局部座屈を起こさないように、平板部材の幅中央から半分の平板を、圧縮を受ける自由突出板と見なして、次式により定める。

$$t = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{0.425} \frac{\sigma_{0.2}}{E} \frac{(B/2)}{R_{f1}}} \quad (2.1)$$

ここに、 $\sigma_{0.2}$  : 0.2%耐力

$E$  : ヤング率 (=70GPa)

$\mu$  : ポアソン比 (=0.3)

$R_{f1}$  : 自由突出板の耐荷力が 0.2%耐力  $\sigma_{0.2}$  を維持する限界の幅厚比パラメータの値

$B$  : 平板部材の板幅

アルミニウム合金 A6061-T6 と A5083-O に対する  $\sigma_{0.2}$ ,  $R_{f1}$ ,  $B$ ,  $t$  の値を表 2.1 に示す。 $\sigma_{0.2}$  の値は、アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針案 (第 1 次改訂試案)<sup>3)</sup>で規定されている値である。 $R_{f1}$  の値は文献 4)で与えられた値である。

表 2.1  $\sigma_{0.2}$ ,  $R_{f1}$ ,  $B$ ,  $t$  の値

アルミニウム合金	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	$R_{f1}$	$B$ (mm)	$t$ (mm)
A6061-T6	245	0.6	200	15.9
A5083-O	127	0.4	200	11.5

### 2.2 有限要素法による弾塑性有限変位解析

アルミニウム合金材の耐荷力を算出する応力-ひずみ関係として次式を使用する<sup>5)</sup>。

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{\sigma}{E} + 0.002 \left( \frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^n & (\sigma \leq \sigma_{0.2}) \\ \sigma = \sigma_{0.2} & (\sigma_{0.2} \leq \sigma) \end{cases} \quad (2.2)$$

ここに、 $\sigma$ と $\varepsilon$  : それぞれ、応力とひずみ

$E$  : アルミニウム合金のヤング係数 (= 70GPa)

$\sigma_{0.2}$  : アルミニウム合金の 0.2%耐力

$n$  : アルミニウム合金のひずみ硬化パラメータ

アルミニウム合金 A6061-T6 と A5083-O に対する 0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$ およびひずみ硬化パラメータ  $n$  の値を表 2.2 に示す. ひずみ硬化パラメータ  $n$  の値は、引張試験の結果に確率統計学的処理を施すことによって得られた非超過確率 5% に対する値である<sup>5)</sup>.

表 2.2 0.2%耐力とひずみ硬化パラメータの値

アルミニウム合金	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	$n$
A6061-T6	245	29.1
A5083-O	127	5.3

圧縮を受ける平板部材の弾塑性有限変位解析には汎用有限要素プログラム MARC<sup>6)</sup>を使用する. 有限要素として 8 節点アイソパラメトリックシェル要素 (MARC における要素番号 22) を使用する. 平板部材の要素分割は、図 2.2 に示すように、平板部材の幅を 8 等分割し、長手方向に対して、1 要素の幅方向の長さに対する長手方向の長さが 0.9 から 1.1 の範囲になるように分割する<sup>7)</sup>.

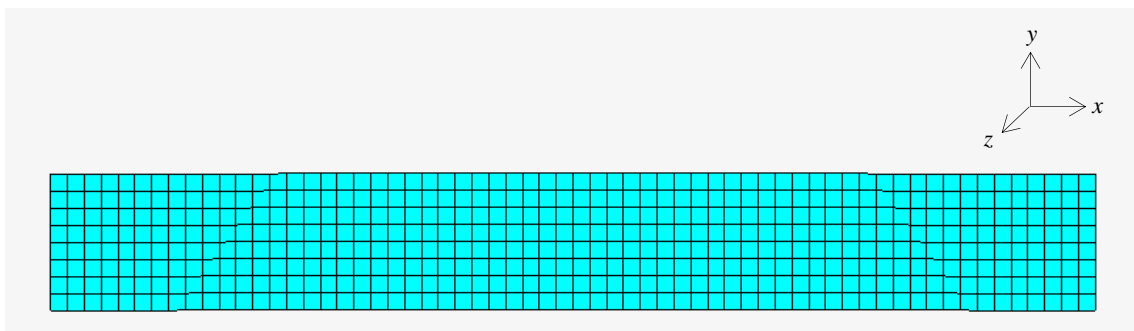


図 2.2 要素分割

平板部材の境界条件として、両端固定支持、一端ヒンジ・他端固定支持、一端自由・他端固定支持を考慮する. これらの境界条件に対する有限要素法解析における取り扱いを表 2.3 に示す. 同表の下図は、平板部材の平面を表している. 両端固定支持に対して、対称性の境界条件を採用し、平板部材の半分の長さを要素分割する. 他の境界条件に対して、平板部材の全長を要素分割する. 圧縮荷重は、辺 AC に剛棒を設け<sup>7)</sup>、点 B を  $x$  軸方向に強制変位させることにより与え

る.

表 2.3 境界条件

(a) 両端固定

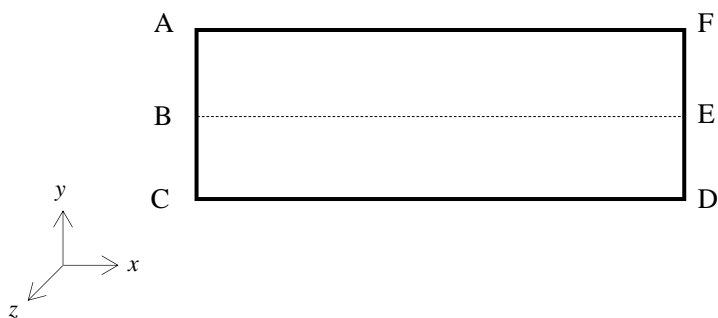
	$u$	$v$	$w$	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$
辺 AC (固定)	強制変位	固定	固定	固定	—	固定
辺 BE	—	—	固定	—	—	—
辺 DF (対称)	固定	—	—	—	—	固定

(b) 一端ヒンジ・他端固定

	$u$	$v$	$w$	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$
辺 AC (ヒンジ)	強制変位	固定	固定	—	—	—
辺 BE	—	—	固定	—	—	—
辺 DF (固定)	固定	固定	固定	固定	—	固定

(c) 一端自由・他端固定

	$u$	$v$	$w$	$\theta_x$	$\theta_y$	$\theta_z$
辺 AC (自由)	強制変位	—	—	—	—	—
辺 BE	—	—	固定	—	—	—
辺 DF (固定)	固定	固定	固定	固定	—	固定



平板部材の水平方向 ( $y$  軸方向) の初期たわみ形状に関して、表 2.4 に示すように、サイン波形と座屈波形を考慮する。最大初期たわみの大きさは、部材長の  $1/1000$  とする。一端自由・他端固定支持条件に対しては、波形 A と波形 B の二つのサイン波形を考慮する。波形 A では、部材の中央で初期たわみが最大となり、波形 B では、部材端で初期たわみが最大となる。

表 2.4 初期たわみ形状

両端単純 支持	サイン波形		$v_0 = \frac{L}{1000} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ (2.3)
	座屈波形		$v_0 = \frac{L}{2000} \left\{1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right\}$ (2.4)
一端ヒンジ・ 他端固定	サイン波形		$v_0 = \frac{L}{1000} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ (2.3)
	座屈波形		$v_0 = \frac{0.159158L}{1000} \{\sin \theta x - \theta x + 4.4934094\epsilon(1 - \cos \theta x)\}$ ここに, $\theta = \frac{4.4934094\epsilon}{L}$ (2.5)
一端自由・ 他端固定	サイン 波形	波形 A	$v_0 = \frac{L}{1000} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ (2.3)
		波形 B	$v_0 = \frac{L}{1000} \sin\left(\frac{\pi x}{2L}\right)$ (2.6)
	座屈波形		$v_0 = \frac{L}{1000} \left\{1 - \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right)\right\}$ (2.7)

$v_0$  : 平板部材の水平方向の初期たわみ

$L$  : 平板部材の全長

押出形材を扱っているので, 残留応力は考慮しない<sup>8),9)</sup>.



### 第3章 解析結果と耐荷力曲線の比較

アルミニウム合金 A6061-T6 に対する解析結果と耐荷力曲線の比較を図 3.3 に示す（解析値の数値データを付録 A.1 に示す）．縦軸の  $\sigma_u$  は，有限要素解析において，荷重が増加しなくなったとき，載荷辺に生じる  $x$  軸方向の反力の合計を断面積で除して得られる値である． $\lambda$  は，次式で与えられる細長比パラメータである．

$$\lambda = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_{0.2}}{E} \frac{KL}{B}} \quad (3.1)$$

ここに， $K$ ：有効座屈長係数

図 3.3 の各図に記載される耐荷力曲線は次式で与えられる<sup>7)</sup>．

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_{0.2}} = \begin{cases} 1 & (\lambda \leq \lambda_1) \\ Q_1\lambda^4 + Q_2\lambda^3 + Q_3\lambda^2 + Q_4\lambda + Q_5 & (\lambda_1 \leq \lambda \leq 2) \end{cases} \quad (3.2)$$

ここに， $\sigma_u$ ：圧縮を受ける平板部材の耐荷力

$\lambda_1$ ：定数

$Q_1 \sim Q_5$ ：係数

$\lambda_1$  と  $Q_1 \sim Q_5$  の値を表 3.1 に示す．

表 3.1  $\lambda_1$  と  $Q_1 \sim Q_5$  の値

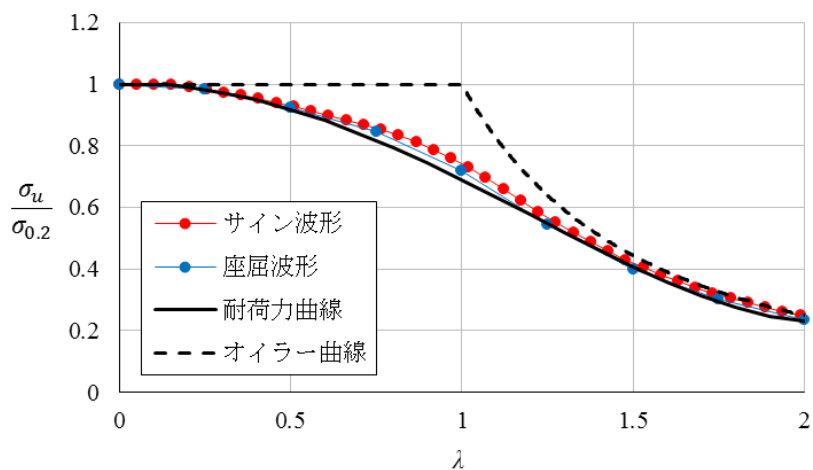
アルミニウム合金	$\lambda_1$	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$Q_5$
A6061-T6	0.13	0.05	-0.04	-0.30	-0.03	1.01
A5083-O	0.09	-0.14	0.72	-1.13	0.10	1.00

図 3.3 の各図から分かるように，サイン波形と座屈波形の初期たわみに対する解析値はお互いに近い．したがって，初期たわみ形状は耐荷力に影響しない．

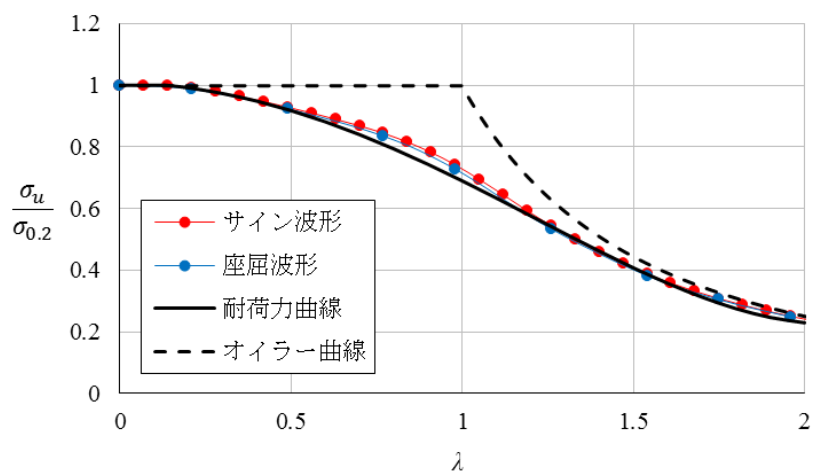
図 3.3(a)～(c)の各図のタイトルに与えられている  $K$  の値は，AL 指針<sup>1)</sup>の解説で与えられている有効座屈長係数の参考値である．この参考値は，両端単純支持と異なる境界条件に対するオイラーの座屈強度を，両端単純支持の境界条件に対する座屈強度と等しくすることによって与えられている．両端固定支持と一端ヒンジ・他端固定支持の境界条件に対する解析値は，耐荷力曲線の近傍に分布する．したがって，両端固定支持と一端ヒンジ・他端固定支持の境界条件に対する耐荷力は，座屈強度に関する有効座屈長係数を用いて，両端単純支持の境界条件に対する耐荷力曲線で表すことができる．

しかし，図 3.3(c)から分かるように，一端自由・他端固定支持の境界条件については， $\lambda$  が 0.6 から 1.2 の範囲で解析値が耐荷力曲線から幾分離れて高い位置で分布し， $\lambda$  が 1.2 から 1.8 の範囲で解析値が耐荷力曲線より低くなる．したがって，一端自由・他端固定支持の境界条件に対する

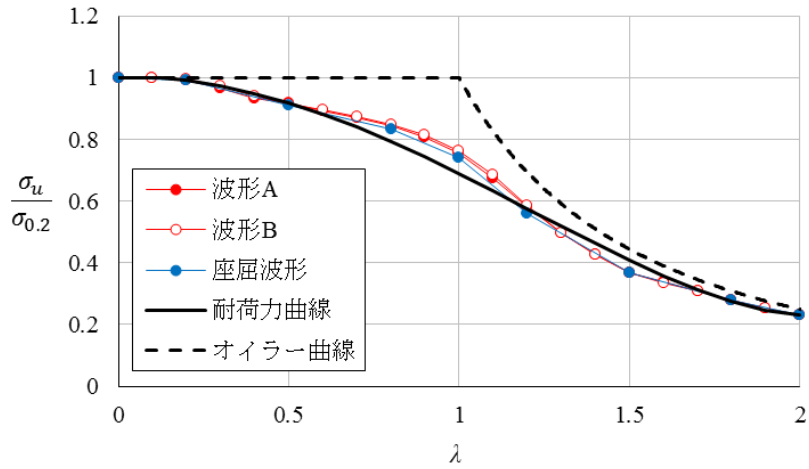
耐荷力は、座屈強度に関する有効座屈長係数を用いて、両端単純支持の境界条件に対する耐荷力曲線によって表すことができない。しかし、図 3.3(d)に示すように、 $K=2.10$  とすれば、 $\lambda$  が 0.6 から 1.2 の範囲で解析値が耐荷力曲線よりかなり高くなるが、 $\lambda$  が 0 から 2 の全範囲で、解析値が耐荷力曲線より高くなる。



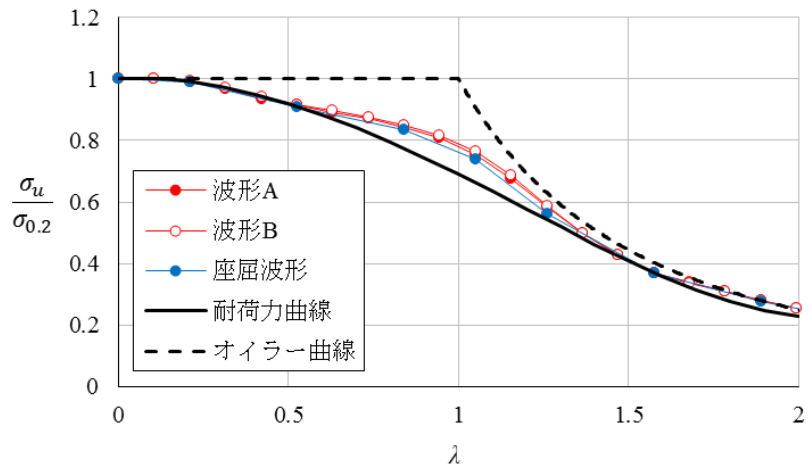
(a) 両端固定支持 ( $K=0.5$ )



(b) 一端ヒンジ・他端固定支持 ( $K=0.7$ )



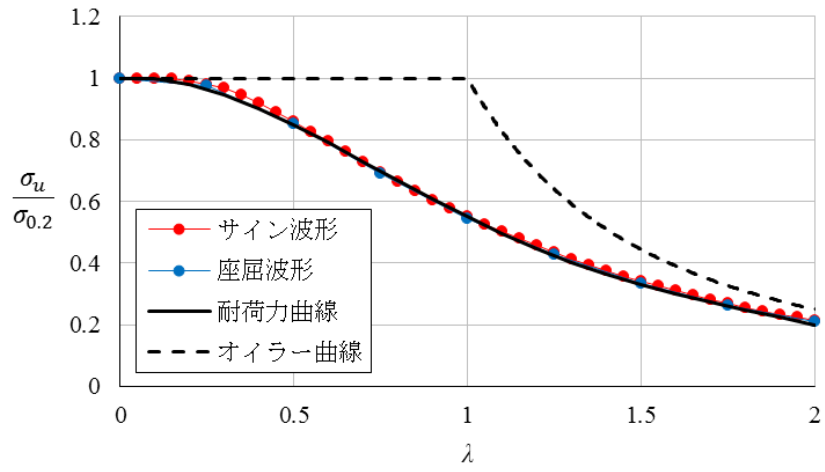
(c) 一端自由・他端固定支持 ( $K=2.0$ )



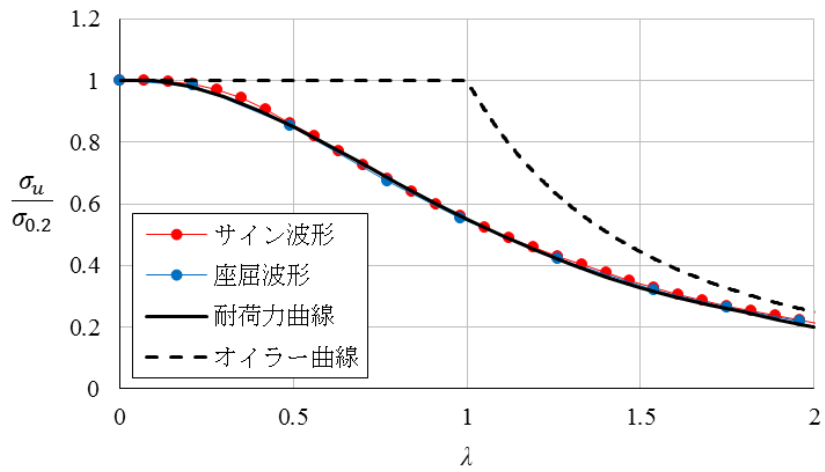
(d) 一端自由・他端固定支持 ( $K=2.10$ )

図 3.3 A6061-T6 に対する解析値と耐力力曲線の比較

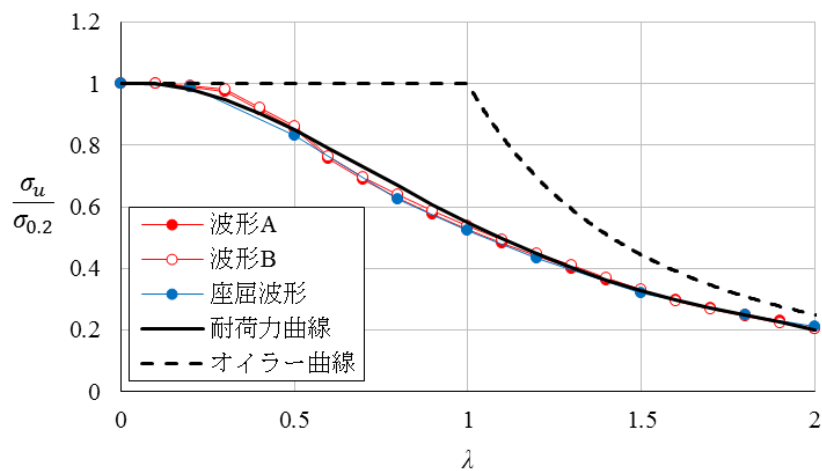
アルミニウム合金 A5083-O に対する解析結果と耐力力曲線の比較を図 3.4 に示す (解析値の数値データを付録 A.2 に示す). A5083-O の場合も A6061-T6 の場合と同様の傾向を示す. A5083-O の場合, 図 3.4(d) に示すように,  $K=2.19$  とすれば,  $\lambda$  が 0 から 2 の全範囲で, 解析値が耐力力曲線より高くなる.



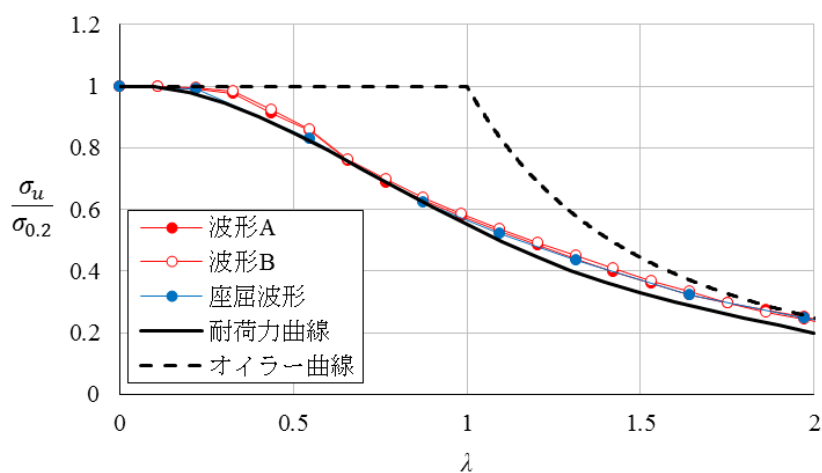
(a) 両端固定支持 ( $K=0.5$ )



(b) 一端ヒンジ・他端固定支持 ( $K=0.7$ )



(c) 一端自由・他端固定支持 ( $K=2.0$ )



(d) 一端自由・他端固定支持 ( $K=2.19$ )

図 3.4 A5083-O に対する解析値と耐荷力曲線の比較

## 第4章 結論

本研究では、圧縮を受けるアルミニウム合金押出型材の耐荷力曲線が、有効座屈長係数を用いることにより、両端単純支持と異なる境界条件に対しても適用できるか否かを、有限要素法による弾塑性有限変位解析によって調べた。主な結論は次の通りである。

- (1) サイン波形と座屈波形の初期たわみに対する解析値はお互いに近い。したがって初期たわみ形状は耐荷力に影響しない。
- (2) 両端固定支持と一端ヒンジ・他端固定支持の境界条件に対する耐荷力は、表 4.1 に示す座屈強度に関する有効座屈長係数を用いて、両端単純支持の境界条件に対する耐荷力曲線で表すことができる。他方、一端自由・他端固定支持の境界条件に対する耐荷力は、座屈強度に関する有効座屈長係数を用いて、両端単純支持の境界条件に対する耐荷力曲線によって表すことができない。しかし、表 4.1 に示す有効座屈長係数を用いることにより、同境界条件に対する耐荷力は、両端単純支持の境界条件に対する耐荷力曲線によって安全側に与えられる。

表 4.1 有効座屈長係数  $K$  の値

アルミニウム合金	両端固定支持	一端ヒンジ・他端固定支持	一端自由・他端固定支持
A6061-T6	0.5	0.7	2.10
A5083-O			2.19

## 参考文献

- 1) 土木学会 鋼構造委員会 アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針作成検討小委員会：アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針（案），2015（発刊予定）.
- 2) 山田了平，大倉一郎：圧縮を受けるアルミニウム合金押出型材の耐荷力，ALST 研究レポート，No.37，2014. [http://alst.jp/pdf/ALST\\_report37.pdf](http://alst.jp/pdf/ALST_report37.pdf)
- 3) 日本アルミニウム協会（旧軽金属協会）：アルミニウム合金土木構造物設計・製作指針案（第1次改訂試案），1998.
- 4) 西森文子，大倉一郎：圧縮を受けるアルミニウム合金自由突出板の耐荷力，ALST 研究レポート，No.34，2014. [http://alst.jp/pdf/ALST\\_report34.pdf](http://alst.jp/pdf/ALST_report34.pdf)
- 5) 大倉一郎，長尾隆史，石川敏之，萩澤亘保，大隅心平：構造用アルミニウム合金の応力-ひずみ関係および接合によって発生する残留応力の定式化，土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.789-805, 2008.
- 6) MSC.Software Corporation: Marc Mentat 2013.0.0
- 7) 西森文子，大倉一郎：アルミニウム合金桁の横倒れ耐荷力，ALST 研究レポート，No.36，2014. [http://alst.jp/pdf/ALST\\_report36.pdf](http://alst.jp/pdf/ALST_report36.pdf)
- 8) F.M. Mazzolani: Aluminum Alloy Structures: Second edition, E & FN Spon, 1995.
- 9) 大倉一郎，佐藤純：摩擦攪拌接合を考慮した突起付きアルミニウム合金板の提案，ALST 研究レポート，No.11，2009. [http://alst.jp/pdf/ALST\\_report11.pdf](http://alst.jp/pdf/ALST_report11.pdf)

## 付録 A 数値データ

### A.1 図 3.3 (A6061-T6)

$\lambda$  は次式で定義される.

$$\lambda = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_{0.2}}{E}} \frac{L}{B}$$

(a) 両端固定支持

$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$	$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$
	サイン波形		サイン波形
0.1	1	2.1	0.696
0.2	1	2.2	0.660
0.3	0.999	2.3	0.623
0.4	0.993	2.4	0.587
0.5	0.984	2.5	0.552
0.6	0.974	2.6	0.518
0.7	0.964	2.7	0.487
0.8	0.952	2.8	0.458
0.9	0.940	2.9	0.430
1	0.927	3	0.405
1.1	0.913	3.1	0.382
1.2	0.899	3.2	0.360
1.3	0.885	3.3	0.341
1.4	0.869	3.4	0.322
1.5	0.852	3.5	0.305
1.6	0.834	3.6	0.289
1.7	0.813	3.7	0.275
1.8	0.788	3.8	0.261
1.9	0.761	3.9	0.249
2	0.730	4	0.237

$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$
	座屈波形
0.5	0.982
1	0.923
1.5	0.845
2	0.718
2.5	0.543
3	0.400
3.5	0.302
4	0.235



(b) 一端ヒンジ・他端固定支持

$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$	$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$	$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$
	サイン波形		サイン波形		座屈波形
0.1	1	2.1	0.421	0.3	0.988
0.2	1	2.2	0.388	0.7	0.924
0.3	0.991	2.3	0.358	1.1	0.835
0.4	0.978	2.4	0.332	1.4	0.728
0.5	0.964	2.5	0.308	1.8	0.534
0.6	0.947	2.6	0.287	2.2	0.383
0.7	0.929	2.7	0.268	2.5	0.305
0.8	0.910	2.8	0.251	2.8	0.249
0.9	0.890	2.9	0.235		
1	0.869	3	0.221		
1.1	0.844				
1.2	0.816				
1.3	0.782				
1.4	0.742				
1.5	0.695				
1.6	0.645				
1.7	0.592				
1.8	0.544				
1.9	0.499				
2	0.458				

(c) 一端自由・他端固定支持

$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$		$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$
	波形 A	波形 B		座屈波形
0.05	1	1	0.1	0.991
0.1	1	0.995	0.25	0.910
0.15	0.991	0.972	0.4	0.833
0.2	0.978	0.941	0.5	0.739
0.25	0.964	0.916	0.6	0.561
0.3	0.947	0.896	0.75	0.368
0.35	0.929	0.875	0.9	0.279
0.4	0.910	0.849	1	0.231
0.45	0.890	0.816		
0.5	0.869	0.765		
0.55	0.844	0.685		
0.6	0.816	0.587		
0.65	0.782	0.499		
0.7	0.742	0.428		
0.75	0.695	0.369		
0.8	0.645	0.335		
0.85	0.592	0.310		
0.9	0.544	0.281		
0.95	0.499	0.255		
1	0.458	0.233		

A.2 図 3.4 (A5083-0)

$\lambda$  は次式で定義される.

$$\lambda = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_{0.2}}{E}} \frac{L}{B}$$

(a) 両端固定支持

$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$	$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$
	サイン波形		サイン波形
0.1	1	2.1	0.526
0.2	1	2.2	0.502
0.3	0.997	2.3	0.478
0.4	0.991	2.4	0.456
0.5	0.981	2.5	0.435
0.6	0.967	2.6	0.414
0.7	0.946	2.7	0.394
0.8	0.920	2.8	0.376
0.9	0.890	2.9	0.358
1	0.859	3	0.341
1.1	0.827	3.1	0.325
1.2	0.794	3.2	0.309
1.3	0.761	3.3	0.295
1.4	0.728	3.4	0.281
1.5	0.696	3.5	0.268
1.6	0.664	3.6	0.256
1.7	0.634	3.7	0.244
1.8	0.605	3.8	0.234
1.9	0.577	3.9	0.223
2	0.551	4	0.214

$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$
	座屈波形
0.5	0.977
1	0.852
1.5	0.689
2	0.544
2.5	0.428
3	0.335
3.5	0.264
4	0.211

(b) 一端ヒンジ・他端固定支持

$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$	$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$	$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$
	サイン波形		サイン波形		座屈波形
0.1	1	2.1	0.350	0.3	0.984
0.2	0.997	2.2	0.327	0.7	0.856
0.3	0.988	2.3	0.306	1.1	0.674
0.4	0.972	2.4	0.286	1.4	0.553
0.5	0.944	2.5	0.268	1.8	0.423
0.6	0.905	2.6	0.252	2.2	0.322
0.7	0.863	2.7	0.236	2.5	0.264
0.8	0.818	2.8	0.222	2.8	0.219
0.9	0.773	2.9	0.209		
1	0.727	3	0.197		
1.1	0.681				
1.2	0.638				
1.3	0.598				
1.4	0.560				
1.5	0.525				
1.6	0.491				
1.7	0.460				
1.8	0.430				
1.9	0.402				
2	0.375				

(c) 一端自由・他端固定支持

$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$	
	波形 A	波形 B
0.05	1	1
0.1	0.991	0.994
0.15	0.976	0.982
0.2	0.913	0.922
0.25	0.854	0.861
0.3	0.757	0.763
0.35	0.688	0.696
0.4	0.630	0.639
0.45	0.577	0.587
0.5	0.528	0.537
0.55	0.482	0.492
0.6	0.440	0.449
0.65	0.399	0.409
0.7	0.361	0.369
0.75	0.324	0.333
0.8	0.297	0.294
0.85	0.272	0.266
0.9	0.250	0.245
0.95	0.230	0.221
1	0.204	0.205

$\lambda$	$\sigma/\sigma_{0.2}$
	座屈波形
0.1	0.991
0.25	0.831
0.4	0.625
0.5	0.523
0.6	0.433
0.75	0.321
0.9	0.249
1	0.211